

پیش بینی رفتار خمش پارچه تار - پودی با استفاده از مدل مکانیکی بر اساس نظریه خمش میله کشسان یک سر گیر دار

Prediction of Bending Behavior of Woven Fabric Using a Mechanical Model Based on the Theory of Bending of Elastic Cantilever Beam

علی عرشی^{۱*}، عبدالرسول مقسم^۱، سیده زهرا گوهری^۲

۱- دانشگاه آزاد اسلامی، واحد قائم شهر، گروه مهندسی نساجی، قائم شهر، ایران

۲- دانشگاه صنعتی امیرکبیر، دانشکده مهندسی نساجی، تهران، ایران

تاریخ دریافت: ۹۲/۰۶/۲۲ تاریخ پذیرش: ۹۲/۰۹/۰۴

چکیده

در این مقاله، رفتار خمش پارچه تار- پودی ساده فقط با استفاده از مشخصات ساختاری و خواص نخ‌های سازنده آن پیش‌بینی شده است. مدلی مکانیکی براساس نظریه خمش میله‌های کشسان یک‌سرگیردار ارائه و طول خم شده از میله تحت وزن آن، برای تمام مقادیر از تغییر شکل محاسبه شد. در بخش تحلیل تجربی، نمونه‌های مختلف از پارچه آماده و بر اساس روش استاندارد برای تعیین طول، سختی و مدول خمشی آزمون شد. برای محاسبه سه پارامتر گفته شده بر اساس مدل پیشنهادی، ابتدا جنس، نمره، خواص کششی نخ‌های تار و پود و ضخامت پارچه معین شد. سپس با بهره‌گیری از معادله‌های Peirce، پارامترهای ساختار داخلی پارچه محاسبه شد. طول خمش نمونه‌های پارچه پس از محاسبه پارامترهای مورد نیاز، با استفاده از مدل طرح‌ریزی شده تار رسیدن به زاویه $41/5^\circ$ در شرایط نظری تخمین زده شد. سپس، سختی و مدول خمشی نظری پارچه با استفاده از معادله‌های تجربی Peirce مجدداً محاسبه شد. نتایج پژوهش نشان می‌دهد، مدل ارائه شده به خوبی قابلیت پیش‌بینی رفتار خمشی پارچه را دارد و مقادیر کمترین و بیشترین خطا در محاسبه طول خمش در جهت تار $9/85\%$ و $20/23\%$ و در جهت پودی به ترتیب $0/84\%$ و $2/70\%$ است.

مقدمه

پارچه به عنوان سازه مهندسی، در برابر نیروی اعمال شده، متناسب با پارامترهای ساختاری، رفتار پیچیده و تغییر شکل ویژه‌ای نشان می‌دهد. مطالعه خواص مکانیکی چنین ساختاری بدون در نظر گرفتن فرض‌های ساده‌کننده بسیار دشوار خواهد بود. از این رو، تغییر شکل پارچه به عنوان صفحه به دوروش تغییر شکل درون و برون صفحه‌ای مطالعه می‌شود. کشش، برش، پیچش و خمش عضوهای این مجموعه از تغییر شکل‌ها هستند [۱].

در این میان، رفتار خمش پارچه به دلیل اثر بر ظاهر، راحتی و شکل‌پذیری کالا، بیش از سایر خواص مورد توجه قرار گرفته است.

کلمات کلیدی

میله کشسان یک‌سرگیردار، پارچه تار- پودی ساده، رفتار خمشی پارچه تار پودی، مدل Peirce، طول خمشی، سختی خمشی

سختی خمشی، مشخصه مکانیکی مهمی است که روی شکل‌پذیری و راحتی پارچه اثر می‌گذارد. سختی خمشی که نقطه مقابل نرمی یا راحتی خم‌شدن است، تابعی از ضخامت، هندسه و ساختار داخلی پارچه است. بر این اساس، پارچه جسمی نه کاملاً نرم و نه سخت در نظر گرفته می‌شود [۲].

عوامل مؤثر بر رفتار خمش پارچه بسیار است. خواص مکانیکی نخ‌های سازنده پارچه بر رفتار خمش آن اثرگذار است. زمانی که نخ‌های تشکیل‌دهنده پارچه از مقاومت خمشی زیاد برخوردارند، پارچه نیز در برابر تغییر شکل مقاومت نشان می‌دهد. افزایش تعداد لیف موجود در سطح مقطع عرضی نخ، موجب افزایش مقاومت خمشی پارچه

*مستول مکاتبات، پیام‌نگار: Ali_arshi58@yahoo.com

اول، ارائه روش آزمون جدید یا استفاده متفاوت از ابزار موجود برای تحلیل رفتار خمش پارچه و نکته دوم شبیه‌سازی و پیش‌بینی رفتار خمش پارچه بر اساس مبانی نظری علم مکانیک و روش‌های حل عددی است. با وجود این، پژوهش‌های که در آن رابطه جدید برای پیش‌بینی پارامترهای تعریف‌کننده رفتار خمش پارچه تاری - پودی ارائه شده باشد، اندک است. از این رو، در پژوهش حاضر تلاش شده است تا بر پایه مدل مکانیکی برگرفته از نظریه خمش میله کشسان یک‌سرگردار و تحلیل رفتار خمش آن، همانند آنچه در آزمون Peirce روی می‌دهد، معادله نوین و جدید برای پیش‌بینی طول خمش باریکه پارچه برای رسیدن به تغییرشکل خمش معادل با زاویه $41/5^\circ$ نسبت به افق معرفی شود.

این معادله قابلیت پیش‌بینی طول خمش و متعاقب آن دو پارامتر سختی و مدول خمشی را تنها بر اساس مشخصات نخ تار و پود و پارامترهای ساختاری پارچه با دقت مناسب دارد. افزون بر این، معادله ارائه شده می‌تواند منحنی تغییرشکل خمشی پارچه هنگام حرکت بر سطح افقی دستگاه آزمون Shirley (در هر مقدار از پیش‌آمدگی) و آویزان شدن از لبه آن را به‌درستی ترسیم کند. دقت، سادگی محاسبات، سرعت و تحلیل هم‌زمان چند مشخصه از ویژگی‌های برتر مدل ارائه شده است که در سایر پژوهش‌ها بررسی نشده است.

پژوهش حاضر، در ادامه فعالیت علمی گذشته نویسندگان اجرا شده است [۱۴]. در پژوهش گذشته، رفتار خمش پارچه پیش از عملیات بافت و تنها بر اساس نمره و تراکم نخ‌های تار و پود پیش‌بینی شده بود. با وجود حصول حداکثر خطا به مقدار $5/2\%$ در محاسبه طول خمش پارچه، نواقص و ایرادهای موجود در آن پژوهش مانند ارائه رابطه برای محاسبه پارامترهای ساختاری پارچه، نویسندگان را بر آن داشت تا با نگاهی نو به رفع اشکال و بهبود کیفیت پژوهش بپردازند. مطالب ارائه شده در این مقاله، بخشی از نتایج مطالعات جدید نویسندگان است.

تجربی

تعیین پارامترهای معرفی‌کننده رفتار خمش نمونه‌های پارچه در شرایط تجربی

برای بررسی دقت و صحت مدل ارائه شده، سه نمونه پارچه با طرح تافته متشکل از نخ تار و پود ریسیده شده در ماشین ریسندگی الیاف کوتاه با تاب متداول (۶۷۰ - ۷۶۰ تاب در متر) و متناسب با نمره نخ استفاده شده است. پس از تهیه سه نمونه مختلف از پارچه تافته فاقد عملیات تکمیل که مشخصات آنها در جدول ۱ آمده است، ۱۰ مشاهده از هر نمونه با ابعاد $20 \times 2/5$ cm در دو راستای تاری و پودی بر اساس استاندارد ASTM D1388-96 آماده شد. طول خمش این مشاهده‌ها با استفاده از دستگاه تعیین طول خمشی پارچه Shirley به دقت معین شد. در ادامه با مشخص شدن سایر مشخصات از پارچه مانند ضخامت و وزن واحد سطح دو پارامتر سختی و مدول خمشی نیز بر اساس معادله‌های (۱) تا (۳) محاسبه شد. افزون بر این، ضخامت و وزن واحد سطح نمونه‌ها نیز با استفاده از دستگاه ضخامت‌سنج شرکت Kardo Tech و ترازو با

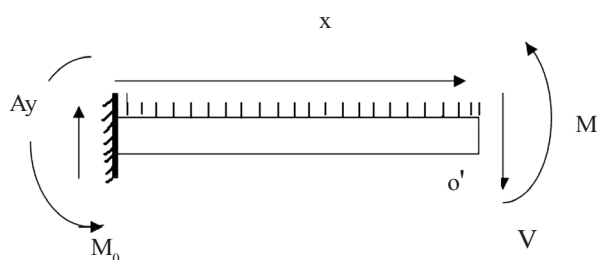
می‌شود. ضخامت پارچه، عامل مؤثر دیگری بر رفتار خمش آن است. طریقت و مقدار درگیری نخ‌های تار و پود بر مقاومت خمشی مؤثر است. افزایش تراکم نخ تار و پود نیز با اثر بر تعداد نقاط تقاطع نخ‌ها و کاهش آزادی حرکت الیاف هنگام خمش، موجب افزایش سختی خمشی پارچه می‌شود [۳، ۴]. برای اندازه‌گیری مقدار سختی خمشی پارچه شیوه‌های مختلفی وجود دارد. آزمون تیر یک‌سرگردار اولین شیوه در این مجموعه است. بر اساس معادله‌های تجربی Peirce، می‌توان ارتباطی میان طول نوار آویزان شده از پارچه، زاویه‌ای که پارچه تا آن اندازه تحت وزن خود خم می‌شود و نیز سختی خمشی برقرار کرد. از معادله تجربی Peirce دو پارامتر سختی و مدول خمشی پارچه نیز محاسبه می‌شود [۵].

در پارچه‌های بسیار شل، استفاده از این شیوه رضایت‌بخش نیست. در این قبیل موارد برای تعیین سفتی، پارچه به سه روش مختلف به شکل حلقه در آمده و تحت وزن آن آویزان می‌شود [۶].

اندازه‌گیری سختی خمشی پارچه به وسیله خمش‌سنج ک ای اس (The Kawabata evaluation system for fabrics) نیز میسر است. در این روش، سختی خمشی بر اساس رابطه میان انحنای ایجاد شده در پارچه و گشتاور لازم برای ایجاد آن مقدار از تغییرشکل محاسبه می‌شود [۷]. دستگاه Isshi و دستگاه Livesey و Owen دو ابزار دیگری است که در مطالعه رفتار خمشی پارچه استفاده می‌شود [۸، ۹]. در دستگاه Popper و backer گشتاور و انحنای ایجاد شده در پارچه به‌طور پیوسته اندازه‌گیری می‌شود [۱۰]. برای تعیین سختی خمشی در چند جهت، از دستگاه اندازه‌گیری سختی خمشی مدور استفاده می‌شود. از این دستگاه می‌توان برای اندازه‌گیری سختی خمشی پارچه‌های تاری و پودی، پارچه حلقوی یا لایه‌های بی‌بافت استفاده کرد [۶].

در روش‌های گفته شده، رفتار خمشی پارچه و پارامترهای معرفی‌کننده آن، به‌طور تجربی و با مطالعه نمونه پارچه بافته شده ارزیابی می‌شود. در سال‌های اخیر پیش‌بینی و شبیه‌سازی مشخصات الیاف، نخ، پارچه و سایر محصولات صنعت نساجی مورد توجه پژوهشگران قرار گرفته است. رفتار خمش پارچه نیز به شیوه‌های مختلف و بر اساس نظریه‌های نوین مجدد مطالعه شده است. به عنوان مثال، روش‌های عددی مانند روش اجزای محدود فنی است که برای تعیین طول خمش پارچه بر پایه اصول به‌کار رفته در آزمون Shirley و نظریه خمش میله یک‌سرگردار و اما در شرایط تغییرشکل‌های بزرگ استفاده شده است [۱۱]. از سوی دیگر، سختی خمشی پارچه را می‌توان با استفاده از معادله‌های حاکم بر رفتار خمشی تیر کشسان دوسرگردار ساده نیز محاسبه کرد. در این روش، نمونه به‌طور کاملاً یکنواخت و متقارن، تغییرشکل می‌دهد و خیز بیشینه با دقت زیاد اندازه‌گیری می‌شود. در این شیوه، خطای پیچش لبه ابتدایی پارچه که در آزمون Shirley وجود دارد، مشاهده نمی‌شود [۱۲]. اندازه‌گیری غیرمستقیم رابطه میان گشتاور و انحنای ایجاد شده در پارچه بر اساس معادله‌های تغییرشکل خمشی تیر یک‌سرگردار نیز امکان‌پذیر است. چنین تحلیلی با استفاده از معادله‌های علم مکانیک و نرم‌افزارهای مهندسی مانند روش اجزای محدود انجام می‌شود [۱۳].

مطالعه مختصر در پژوهش‌های گذشته نشان می‌دهد، تمرکز پژوهشگران در مسئله خمش پارچه بیشتر بر دو نکته بوده است. مورد



شکل ۲- نمایی از تیر یک سرگیردار (باریکه پارچه مدل شده) با توزیع یکنواخت وزن در طول.

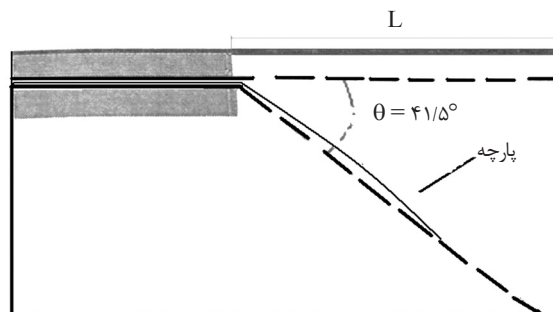
رانده می شود. این حرکت تا انطباق تقریبی امتداد پارچه با خط به معادله $Y = -\tan\theta \times x = -\tan(41.5) \times x = -0.8847x$ ادامه می یابد. مقدار طول آویزان شده از پارچه تحت وزن آن از خط کش دستگاه خوانده می شود. با استفاده از این عدد، سه پارامتر طول، سختی و مدول خمشی و با اطلاع از وزن واحد سطح و ضخامت پارچه آزمون شده بر اساس معادله های (۱) تا (۳) محاسبه می شود [۶].

با اطلاع از اصول آزمون گفته شده، مدلی مکانیکی از تغییر شکل خمشی میله کشسان ساده یک سرگیردار برای پیش بینی طول خمش آن، منطبق بر شرایط آزمون Peirce ارائه و تحلیل شده است. در این مدل، نیروی وزن میله به شکل بار گسترده همگن در طول توزیع شده است. برای تحلیل ساده تر رفتار خمشی میله، فرض کشسان خطی، وجود ساختار همگن و توزیع یکنواخت وزن در طول میله لحاظ می شود.

در شکل ۲ محل قرارگیری مرکز مختصات، ابتدای بخش شیب دار سامانه است. نمونه با طول P به دو بخش با طول K و L تقسیم می شود:

$$K + L = P \quad (۴)$$

برای تعیین شیب و تغییر مکان تیر در نقطه مبدأ، نخست تحلیل نیرویی



شکل ۱- نمایی از سامانه تعیین رفتار خمشی پارچه براساس روش تیر یک سرگیردار.

دقت ۰/۰۰۱ بر اساس استانداردهای ASTM D3776-96 و 5736-95 مشخص شد. نمره نخ های تار و پود و تراکم آن در پارچه بر اساس شیوه متداول اندازه گیری شد. میانگین نتایج در جدول ۱ آمده است.

$$C = \frac{L}{2} \quad (۱)$$

$$G = WC^3 10^3 \quad (۲)$$

$$\phi = \frac{12G 10^{-6}}{T^3} \quad (۳)$$

در این معادله ها، L طول آویزان شده از پارچه (cm) تحت وزن آن تار رسیدن به زاویه 41.5° ، C طول خمشی پارچه (cm)، G سختی خمشی پارچه (mg/cm) وزن واحد سطح پارچه ϕ (g/cm²)، W مدول خمشی پارچه (kg/cm²) و T ضخامت پارچه (cm) است [۵].

تحلیل رفتار خمشی تیر ساده یک سرگیردار (مدل مکانیکی پیش بینی کننده طول خمش)

در آزمون معروف Peirce و دستگاه آزمون Shirley، باریکه پارچه به ابعاد استاندارد ۲۰×۲/۵ cm بر بخش مسطح دستگاه مستقر و با استفاده از موتور محرک یا نیروی دست، به طور کنترل شده به جلو

جدول ۱- مشخصات و خواص نمونه های پارچه (آزمایشگاهی).

| نمونه سوم (پنبه ای) | | نمونه دوم (ویسکوز) | | نمونه اول (پنبه ای) | | مشخصه |
|---------------------|--------|--------------------|--------|---------------------|--------|--|
| پودی | تاری | پودی | تاری | پودی | تاری | |
| ۲۳/۰۸ | ۲۴/۲۸ | ۲۰/۵۰ | ۲۴/۷۰ | ۳۲ | ۲۷/۶ | نمره نخ (tex) |
| ۲۲/۳۹ | ۲۵/۲۰ | ۲۶/۵۰ | ۳۲/۵۳ | ۲۵/۳۸ | ۲۷/۲۱ | تراکم نخ در سانتی متر |
| ۰/۰۱۲۱ | ۰/۰۱۲۱ | ۰/۰۱۲۹ | ۰/۰۱۲۹ | ۰/۰۱۴۴ | ۰/۰۱۴۴ | وزن در واحد سطح پارچه (g/cm ²) |
| ۰/۰۲۸ | ۰/۰۲۸ | ۰/۰۲۶ | ۰/۰۲۶ | ۰/۰۲۸ | ۰/۰۲۸ | ضخامت پارچه (cm) |
| ۳/۵۰۰ | ۳/۳۶۰ | ۲/۷۰۰ | ۳/۱۰۶ | ۲/۹۷۵ | ۳/۹۴۳ | طول آویزان شده پارچه در دستگاه (cm) |
| ۱/۷۵۰ | ۱/۶۸۰ | ۱/۳۵۰ | ۱/۵۵۳ | ۱/۴۸۷ | ۱/۹۷۱ | طول خمش محاسبه شده (cm) |
| ۶۶/۴۵ | ۵۷/۳۷ | ۳۱/۷۳ | ۴۸/۳۱ | ۴۷/۳۴ | ۱۱۰/۲۶ | سختی خمشی (mg/cm) |
| ۳۶/۳۲ | ۳۱/۳۶ | ۲۱/۶۶ | ۳۲/۹۸ | ۲۵/۸۷ | ۶۰/۲۷ | مدول خمشی (kg/cm ²) |

است. از تلفیق معادله‌های (۱۰) و (۱۱) و جایگزینی v با y معادله (۱۲) حاصل می‌شود:

$$\frac{M}{E \times I} = \frac{y''}{(1+y^2)^{3/2}} \quad (12)$$

برای حل معادله دیفرانسیل مرتبه دوم (۱۲) از تغییر متغیر $y' = u$ استفاده شده است. با فرض اینکه $\frac{1}{EI} = \alpha$ باشد، معادله (۱۳) حاصل می‌شود:

$$\frac{M}{E \times I} = \frac{u'}{(1+u^2)^{3/2}} \quad (13)$$

$$\alpha \times M = \frac{u'}{(1+u^2)^{3/2}} \quad (14)$$

از آنجا که $u' = \frac{du}{dx}$ است. بنابراین:

$$\frac{du}{\alpha(1+u^2)^{3/2}} = M dx \quad (15)$$

برای تعیین مقدار M از طرفین تساوی انتگرال گرفته می‌شود:

$$\int \frac{du}{\alpha(1+u^2)^{3/2}} = \int M dx \quad (16)$$

با جای گذاری معادله (۹) در معادله (۱۶) می‌توان داشت:

$$\int \frac{du}{\alpha(1+u^2)^{3/2}} = \int \left(\gamma Lx - \gamma \frac{x^2}{2} - \gamma \frac{L^2}{2} \right) dx \quad (17)$$

جواب محاسبه انتگرال (۱۷) عبارت است از:

$$\frac{u}{\alpha\sqrt{1+u^2}} = \frac{\gamma}{2} \left(Lx^2 - \frac{x^3}{3} - L^2x \right) + C \quad (18)$$

مقدار عدد ثابت C از شرط مرزی مسئله محاسبه می‌شود. چون:

$$u|_0 = 0 \rightarrow C = 0 \quad (19)$$

بنابراین:

$$\frac{u}{\alpha\sqrt{1+u^2}} = \frac{\gamma}{2} \left(Lx^2 - \frac{x^3}{3} - L^2x \right) \quad (20)$$

برای حصول نتیجه مطلوب، α از سمت چپ تساوی (۲۰) به سمت راست منتقل می‌شود. سپس، طرفین تساوی به توان دو رسیده و سمت چپ تساوی با عدد یک جمع و تفریق می‌شود. در مرحله بعد تفکیک کسر در سمت چپ تساوی انجام می‌شود. در نهایت معادله ساده شده (۲۱) به دست می‌آید:

$$\frac{4 - \alpha^2 \gamma^2 \left(Lx^2 - \frac{x^3}{3} - L^2x \right)^2}{4} = \frac{1}{1+u^2} \quad (21)$$

در مرکز مختصات انجام می‌شود. بدین ترتیب می‌توان نیروها و ممان‌های تکیه‌گاهی را به دست آورد. نتایج حاصل از این تحلیل عبارت‌اند از:

$$A_x = 0 \quad (5)$$

$$A_y = \gamma \times L \quad (6)$$

$$M_O = \frac{\gamma \times L^2}{2} \quad (7)$$

در این معادله‌ها، A_x نیرو در راستای افق، A_y نیرو در راستای قائم، M_O ممان خمشی و $\gamma = w/p$ وزن واحد طول میله است.

برای تحلیل سامانه مزبور و تعیین طول L ، مقطعی از تیر به فاصله x از مبدأ مختصات انتخاب می‌شود. سپس، تعادل نیروها و ممان‌ها در این مقطع مجدداً نوشته و تحلیل می‌شود. شکل ۳ مقطع در نظر گرفته شده و نیروهای فعال در این مقطع را نشان می‌دهد. هدف اصلی از این تحلیل تعیین ممان خمشی اعمال شده در نقطه O' است.

$$-\gamma Lx + \frac{\gamma L^2}{2} + \frac{\gamma x^2}{2} + M = 0 \quad (8)$$

$$M = \gamma Lx - \gamma \frac{x^2}{2} - \gamma \frac{L^2}{2} \quad (9)$$

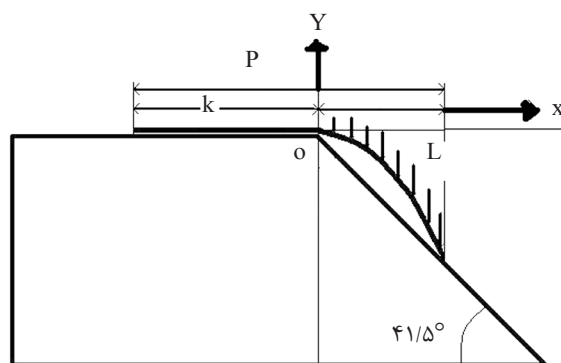
انحنای تیر یا قوس ایجاد شده $\left(\frac{1}{\rho}\right)$ در آن تحت ممان خمشی از معادله (۱۰) پیروی می‌کند [۱۵]:

$$\frac{1}{\rho} = \frac{d^2v/dx^2}{\left[1 + \left(dv/dx\right)^2\right]^{3/2}} = \frac{v''}{\left[1 + (v')^2\right]^{3/2}} \quad (10)$$

از سوی دیگر در مسائل مرتبط با موضوع انعطاف پذیری اجسام، معادله میان انحنای ممان خمشی (M) عبارت است از [۱۵]:

$$\frac{1}{\rho} = \frac{M}{E \times I} \quad (11)$$

که در آن E مدول کششی میله و I ممان اینرسی سطح مقطع تیر



شکل ۳- مقطع تیر در فاصله x از مبدأ مختصات و نیروهای مؤثر بر این مقطع.

به دست آورد. بدین ترتیب، مقدار X و Y تا آن مقدار از پیش آمدگی معین می شود که میله به مقدار $41/5^\circ$ نسبت به افق دچار خمش می شود. با رجوع به جدول های پیشین می توان مقدار L متناظر با این مقادیر از پیش آمدگی را یافت. این عدد برابر با طول خمش میله بر اساس شیوه آزمون Peirce مطابق با شرایط دستگاه سنجش طول خمش Shirely است. برای انجام ترسیم های گفته شده از نرم افزار Tecplot7 استفاده شد.

نتایج و بحث

تعیین و محاسبه پارامترهای ساختاری پارچه بر اساس معادله های نظری

در راستای تعیین طول خمش نمونه های پارچه به عنوان عنصر جایگزین میله کشسان در مدل ارائه شده، مقادیر $\alpha = \frac{1}{E_F I_F} = w/P$ و $\gamma = w/P$ بر اساس مشخصات پارچه محاسبه می شود. از سوی دیگر، مدول کشسانی اولیه نمونه پارچه (E_F) را می توان بر حسب پارامترهای ساختاری آن و بر اساس معادله های (24) و (25) در دو جهت تار و پودی محاسبه کرد [16]. در این معادله ها، برای محاسبه مدول خمشی پارچه اطلاع از سایر پارامترهای ساختاری آن نیز ضروری است:

$$E_{F1} = \frac{12B_{y1}P_2}{P_1l_1^3 \sin^2 \theta_1} \left[1 + \frac{B_{y2}l_1^3 \cos^2 \theta_1}{B_{y1}l_2^3 \cos^2 \theta_2} \right] \quad (24)$$

$$E_{F2} = \frac{12B_{y2}P_1}{P_2l_2^3 \sin^2 \theta_2} \left[1 + \frac{B_{y1}l_2^3 \cos^2 \theta_2}{B_{y2}l_1^3 \cos^2 \theta_1} \right] \quad (25)$$

در این معادله ها، E_F مدول کشسانی اولیه پارچه (N/cm)، B_y سختی خمشی نخ (N/mm^2)، P فاصله بین دو نخ تار (mm)، l مقدار نخ مصرفی تار بین دو نخ پود (mm) و θ زاویه بافت است. اندیس 1 و 2 به ترتیب اشاره به نخ تار و پود دارد. سختی خمشی نخ (B_y) را می توان با اطلاع از مدول کشسانی و ممان اینرسی سطح مقطع آن و بر اساس معادله $B_y = E_y I_y$ محاسبه کرد [12].

در این پژوهش، مدول یانگ کششی نخ های تار و پود از منحنی تنش- کرنش کششی آن معین شد. برای مطالعه خواص کششی نخ از دستگاه Instron مدل 1430 استفاده شد. با معلوم بودن نمره نخ، قطر آن با دقت مناسب محاسبه شد. ممان اینرسی سطح مقطع نخ نیز با فرض دایره ای بودن مقطع از معادله $I_y = \frac{1}{4} \pi r^4$ محاسبه شد. در این معادله، شعاع نخ است [15]:

$$d_y = \frac{2\sqrt{Tex_y}}{\sqrt{\rho_f \times \pi \times \phi \times 10^5}} \quad (26)$$

ϕ ضریب تراکم، ρ_f چگالی لیف (g/cm^3) و Tex_y نمره نخ (tex) است. فاصله بین دو نخ تار یا دو نخ پود برابر با حاصل تقسیم عدد 1 بر تراکم تار و پودی پارچه یا $p = \frac{1}{n}$ است. مقدار موج زدگی نخ تار و پود با

از معکوس کردن طرفین تساوی فوق مقدار پارامتر u^2 و سپس u محاسبه می شود:

$$u = \frac{\alpha \gamma \left(Lx^2 - \frac{x^3}{3} - L^2 x \right)}{\sqrt{4 - \alpha^2 \gamma^2 \left(Lx^2 - \frac{x^3}{3} - L^2 x \right)^2}} \quad (22)$$

چون از معادله های قبل $1+u^2 = 1+y^2$ بوده و معادله مسیر تیر یک سرگیردار یا معادله بیان کننده طول تیر بر اساس مختصات دکارتی ابتدای تیر برابر با $L = \int_0^x \sqrt{1+y^2}$ است. بنابراین مقدار طول تغییر شکل داده از نمونه تار رسیدن به زاویه $41/5^\circ$ از معادله (23) محاسبه می شود:

$$L = \int_0^x \frac{2}{\sqrt{4 - \alpha^2 \gamma^2 \left(Lx^2 - \frac{x^3}{3} - L^2 x \right)^2}} dx \quad (23)$$

برای تعیین طول بخش خمیده میله بر اساس مدل ارائه شده، باید معادله (23) حل شود. حل معادله ای با پیچیدگی فوق، به ویژه اینکه در دو سوی معادله مقدار مطلوب و مجهول L وجود دارد، آسان نیست. بنابراین برای حل مسئله از شیوه ای ابتکاری استفاده شد. انتظار بر آن است که در شرایط آزمایشگاهی (با استفاده از دستگاه آزمون Shirely) یا مدل مکانیکی ارائه شده، میله پس از حرکت بر سطح افقی دستگاه در طولی برابر با L که مقدار آن بین صفر تا عددی مشخص متغیر است، تحت اثر وزن خود خم شده و بر خط به معادله $Y = -0.8847x$ منطبق می شود. از این رو، طول L با فاصله 1 mm از حداقل مقدار به طور افزایشی تغییر داده شد. مقادیر فرض شده جداگانه در برنامه نوشته شده برای حل معادله (23) قرار داده شد. با توجه به مشخص بودن مقادیر پارامترهای α و γ از مشخصات میله کشسان یا نمونه پارچه، می توان مقدار X متناظر با هر L را محاسبه کرد. به عبارت دیگر، با وارد کردن مقادیر L ، α و γ در معادله (23) تنها مقدار مجهول معادله X محاسبه می شود. از این محاسبه، جدولی متشکل از مقادیر مختلف L و X حاصل شد. سپس، مقادیر به دست آمده از X در معادله $y = \int_0^x u dx$ قرار داده شد. بدین ترتیب متناظر با هر X مقدار Y (افتادگی میله در راستای قائم) نیز به دست آمد. چون رسم منحنی تغییرات X بر حسب Y مدنظر است، برای رسم منحنی شایسته بازه 0 تا X به مقادیر کوچک تقسیم بندی می شود. بدین ترتیب مجموعه ای از زوج مرتب ها (Y و X) حاصل می شود. در مرحله بعد، منحنی تغییرات X بر حسب Y به ازای مقادیر مختلف فرض شده از L رسم شد. یعنی اگر در مرحله نخست n مقدار از پیش آمدگی لحاظ شده باشد، اکنون در یک دستگاه مختصات دکارتی تعداد n منحنی تغییرات X بر حسب Y رسم می شود. برای اجرای این دو مرحله، دو برنامه مجزا با استفاده از نرم افزار Maple12 نوشته شد.

نظر به اینکه هنگام خمش میله و رسیدن به زاویه خمش $41/5^\circ$ ، انطباقی میان امتداد محور میله و خط به معادله $y = -0.8847x$ مشاهده می شود، می توان محل تلاقی منحنی تغییرات X بر حسب Y (فقط یکی از منحنی ها نقطه تلاقی خواهد داشت) و این خط را

معادله‌های (۲۹) و (۳۰) محاسبه شد:

$$l_1 = p_2(1 + c_1) \quad (29)$$

$$l_2 = p_1(1 + c_2) \quad (30)$$

با مشخص شدن مقدار موج‌زدگی نخ، زاویه بافت‌رفتگی نخ تار و نخ پود بر حسب درجه به ترتیب از معادله‌های (۳۱) و (۳۲) محاسبه شد:

$$\theta_1 = 106\sqrt{C_1} \quad (31)$$

$$\theta_2 = 106\sqrt{C_2} \quad (32)$$

با فرض مستطیل بودن سطح مقطع پارچه، ممان اینرسی سطح مقطع آن از معادله (۳۳) به دست آمد:

محاسبه طول مشخصی از نخ‌ها در ساختار پارچه و بیرون از محیط بافت به روش مرسوم معین شد. برای تعیین طول نخ قرار گرفته بین دو نخ پود یا دو نخ تار مجاور (L)، دامنه و شدت جابه‌جایی نخ نسبت به محور پارچه (h) محاسبه می‌شود. مقدار این پارامتر وابسته به مقدار قطر نخ‌های تار و پود بوده و از معادله (۲۷) پیروی می‌کند [۱۷]:

$$h_1 + h_2 = d_1 + d_2 = D \quad (27)$$

که در آن h جابه‌جایی نخ نسبت به محور پارچه (cm) و d قطر نخ (mm) است. با داشتن مقادیر موج‌زدگی نخ تار (C₁) و نخ پود (C₂) از معادله (۲۸) ارتفاع موج نخ محاسبه می‌شود [۱۷]:

$$h_1 = \frac{4}{3} p_2 \sqrt{c_1} \quad \text{و} \quad h_2 = \frac{4}{3} p_1 \sqrt{c_2} \quad (28)$$

در مرحله بعد، طول نخ تار بین دو پود و طول نخ پود بین دو تار از

جدول ۲ - نتایج محاسبه پارامترهای ساختاری نمونه‌های پارچه با استفاده از معادله نظری معرفی شده.

| نمونه پارچه | | | مشخصه پارچه |
|-------------------------|-------------------------|-------------------------|---|
| پارچه سوم | پارچه دوم | پارچه اول | |
| ۱/۸۶×۱۰ ^{-۱۱} | ۱/۱۲۵×۱۰ ^{-۱۱} | ۱/۴۶۶×۱۰ ^{-۱۱} | مدول کششی نخ تار (g/m ²) |
| ۱/۳۳×۱۰ ^{-۱۱} | ۱/۰۲۱×۱۰ ^{-۱۱} | ۱/۱۰۶×۱۰ ^{-۱۱} | مدول کششی نخ پود (g/m ²) |
| ۴/۹۳×۱۰ ^{-۱۷} | ۲/۰۸۱×۱۰ ^{-۱۷} | ۲/۶۲×۱۰ ^{-۱۷} | ممان اینرسی سطح مقطع عرضی نخ تار (m ⁴) |
| ۴/۴۲۵×۱۰ ^{-۱۷} | ۱/۴۰۱×۱۰ ^{-۱۷} | ۳/۵۵×۱۰ ^{-۱۷} | ممان اینرسی سطح مقطع عرضی نخ پود (m ⁴) |
| ۹/۱۸×۱۰ ^{-۶} | ۲/۳۴۲×۱۰ ^{-۶} | ۳/۸۴×۱۰ ^{-۶} | سختی خمشی نخ تار (g/m ²) |
| ۵/۸۸×۱۰ ^{-۶} | ۱/۳۴۶×۱۰ ^{-۶} | ۳/۹۲×۱۰ ^{-۶} | سختی خمشی نخ پود (g/m ²) |
| ۴/۶۷۲×۱۰ ^{-۶} | ۳/۲۱۶×۱۰ ^{-۶} | ۳/۹۳×۱۰ ^{-۶} | ممان اینرسی سطح مقطع عرضی پارچه به روش Peirce (m ⁴) |
| ۱۲۵۱۷۳/۱۸ | ۶۵۰۵۵/۰۳ | ۱۷۸۸۴/۱۰ | مدول کششی پارچه در راستای تازی (mN/mm) |
| ۱۲۴۰۹۷/۶۶ | ۵۲۶۲۴/۴۰ | ۹۶/۷۹۴۸۷ | مدول کششی پارچه در راستای پودی (mN/mm) |
| ۰/۰۱۷۸ | ۰/۰۱۴۳ | ۰/۰۱۵۲ | قطر نخ تار (cm) |
| ۰/۰۱۷۳ | ۰/۰۱۳۰ | ۰/۰۱۶۴ | قطر نخ پود (cm) |
| ۰/۰۳۹۵ | ۰/۰۳۰۷ | ۰/۰۳۶۷ | فاصله بین دو نخ تار (cm) |
| ۰/۰۴۴۶ | ۰/۰۳۷۷ | ۰/۰۳۹۴ | فاصله بین دو نخ پود (cm) |
| ۰/۰۱۴۱ | ۰/۰۱۱۹ | ۰/۰۱۰۲ | ارتفاع موج نخ تار (cm) |
| ۰/۰۱۱۷ | ۰/۰۰۸۸ | ۰/۰۱۱۳ | ارتفاع موج نخ پود (cm) |
| ۰/۰۴۷۱ | ۰/۰۳۹۸ | ۰/۰۴۰۸ | طول نخ میان دو رشته تار متوالی (cm) |
| ۰/۰۴۱۴ | ۰/۰۳۲۱ | ۰/۰۳۸۷ | طول نخ میان دو رشته پود متوالی (cm) |
| ۵/۷ | ۵/۶ | ۳/۸ | موج‌زدگی نخ تار (/.) |
| ۵ | ۴/۷ | ۵/۴ | موج‌زدگی نخ پود (/.) |
| ۲۵/۲۹ | ۲۵/۰۸ | ۲۰/۶۶ | زاویه بافت تار (°) |
| ۲۳/۶۷ | ۲۲/۹۸ | ۲۴/۶۳ | زاویه بافت پود (°) |

تشکیل دهنده آن به شیوه ذکر شده و بر اساس معادله‌های گفته شده محاسبه شد. نتایج محاسبات در جدول ۲ آمده است.

پس از محاسبه تمام پارامترهای مورد نیاز از پارچه که در جدول ۲ آمده است، ابتدا طول خمش نظری بر اساس معادله ارائه شده در مدل مکانیکی، بهره‌گیری از برنامه رایانه‌ای نوشته شده و به شیوه بیان شده در صفحات پیشین محاسبه شد.

با فرض مقادیر مختلف از پیش‌آمدگی پارچه (L) نسبت به لبه دستگاه آزمون، منحنی‌های تغییر X بر حسب Y در یک دستگاه دکارتی رسم و نقطه تلاقی یکی از منحنی‌ها و خط به معادله $Y = -\tan\theta \times x = -\tan(41.5) \times x = -0.8847x$ به دست آمد. برای هر نمونه پارچه فرایند ذکر شده در راستای تار و پودی انجام می‌شود.

برای نشان دادن مناسب نتایج فقط تعدادی از منحنی‌ها متناسب با مقدار پیش‌آمدگی (L) در دستگاه دکارتی گنجانده شده است. در هر شکل مقدار پیش‌آمدگی که در آن مقدار، منحنی تغییرات X بر حسب Y با خط $Y = -\tan\theta \times x = -\tan(41.5) \times x = -0.8847x$ تلاقی کرده است، به عنوان طول آویزان شده از پارچه تحت وزن آن برای رسیدن به زاویه

$$I_F = \frac{1}{12} \times b \times T^3 \quad (33)$$

در این معادله، b عرض پارچه (cm) و T ضخامت پارچه (cm) است. وزن در واحد سطح پارچه برابر با:

$$W = W_{y1} + W_{y2} \quad (34)$$

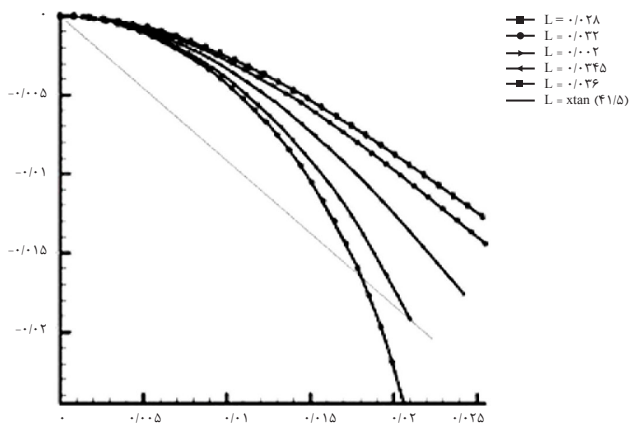
در این معادله، W وزن واحد سطح پارچه (g/cm^2)، W_{y1} وزن نخ‌های تار (g) در واحد سطح پارچه (cm^2) و W_{y2} وزن نخ‌های پود (g) در واحد سطح پارچه (cm^2) است. ضخامت نظری پارچه برابر با حداکثر دو مقدار مجموع قطر نخ‌های تار و پود و جابه‌جایی نخ تار و پود نسبت به محور نخ انتخاب می‌شود [۱۷].

$$T = \text{MAX}(d_1 + h_2 \text{ and } d_2 + h_1) \quad (35)$$

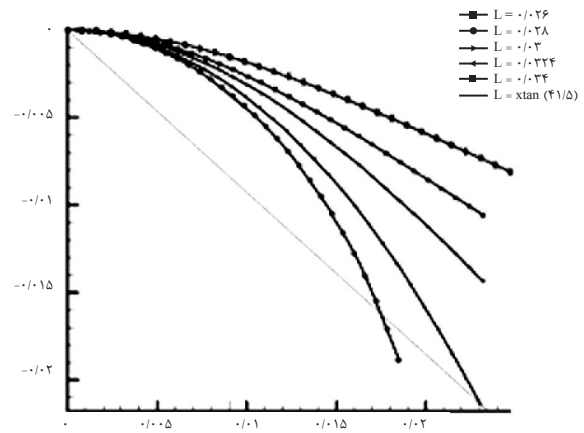
در ادامه پژوهش، تمام مشخصات ساختاری سه نمونه پارچه و نخ‌های

جدول ۳- مقدار خطای محاسبه پارامترهای معرفی‌کننده رفتار خمش بر اساس مدل پیشنهاد شده.

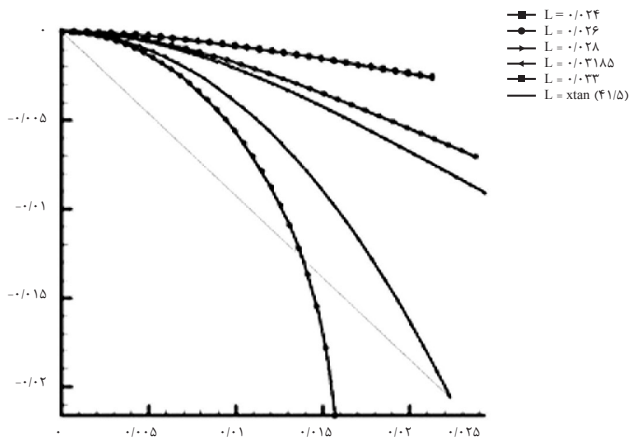
| نمونه اول (پنبه‌ای) | | | | | | مشخصه |
|---------------------|---------|----------|---------|----------|---------|-------------------------|
| خطا (%) | | نظری | | تجربی | | |
| جهت پودی | جهت تار | جهت پودی | جهت تار | جهت پودی | جهت تار | |
| ۰/۸۴ | ۱۸/۸۲ | ۳/۰۰ | ۳/۲۰ | ۲/۹۷۵ | ۳/۹۴۳ | طول آویزان شده (cm) |
| ۰/۸۴ | ۱۸/۸۲ | ۱/۵۰ | ۱/۶۰ | ۱/۴۸۷ | ۱/۹۷۱ | طول خمش (cm) |
| ۱۱/۴۷ | ۴۱/۵۹ | ۵۲/۷۷ | ۶۴/۰۴ | ۴۷/۳۴ | ۱۱۰/۲۶ | سختی خمشی (mg/cm) |
| ۲۹/۴۵ | ۳۲/۵۷ | ۳۳/۴۹ | ۴۰/۶۴ | ۲۵/۸۷ | ۶۰/۲۷ | مدول خمشی (kg/cm^2) |
| نمونه دوم (ویسکوز) | | | | | | مشخصه |
| خطا (%) | | نظری | | تجربی | | |
| جهت پودی | جهت تار | جهت پودی | جهت تار | جهت پودی | جهت تار | |
| ۳/۷۰ | ۹/۸۵ | ۲/۸۰ | ۲/۸۰ | ۲/۷۰۰ | ۳/۱۰۶ | طول آویزان شده (cm) |
| ۳/۷۰ | ۹/۸۵ | ۱/۴۰ | ۱/۴۰ | ۱/۳۵۰ | ۱/۵۵۳ | طول خمش (cm) |
| ۱۶/۴۵ | ۲۳/۵۱ | ۳۶/۹۵ | ۳۶/۹۵ | ۳۱/۷۳ | ۴۸/۳۱ | سختی خمشی (mg/cm) |
| ۳۱/۵۹ | ۱۲/۹۱ | ۲۸/۷۲ | ۲۸/۷۲ | ۲۱/۶۶ | ۳۲/۹۸ | مدول خمشی (kg/cm^2) |
| نمونه سوم (پنبه‌ای) | | | | | | مشخصه |
| خطا (%) | | نظری | | تجربی | | |
| جهت پودی | جهت تار | جهت پودی | جهت تار | جهت پودی | جهت تار | |
| ۳/۱۴ | ۲۰/۲۳ | ۳/۳۹ | ۴/۰۴ | ۳/۵۰۰ | ۳/۳۶۰ | طول آویزان شده (cm) |
| ۳/۱۴ | ۲۰/۲۳ | ۱/۶۹۵ | ۲/۰۲ | ۱/۷۵۰ | ۱/۶۸۰ | طول خمش (cm) |
| ۱۶/۰۱ | ۶۴/۶۶ | ۵۵/۸۱ | ۹۴/۴۶ | ۶۶/۴۵ | ۵۷/۳۷ | سختی خمشی (mg/cm) |
| ۱۷/۲۶ | ۶۲/۱۸ | ۳۰/۰۵ | ۵۰/۸۶ | ۳۶/۳۲ | ۳۱/۳۶ | مدول خمشی (kg/cm^2) |



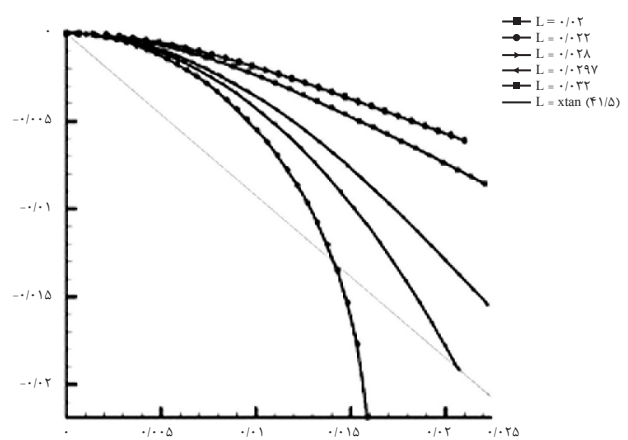
جهت تاب نمونه ۱ (مدل Peirce)



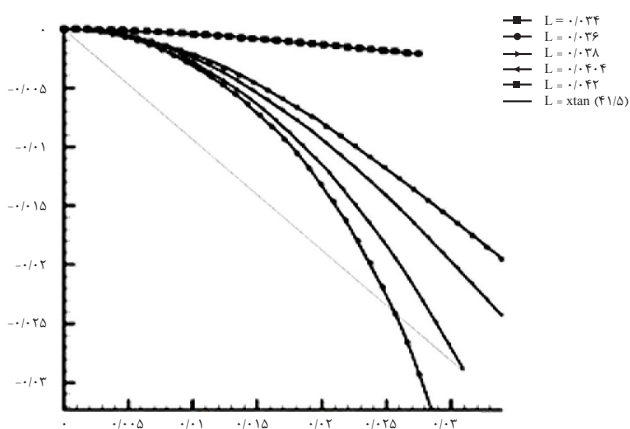
جهت بافت نمونه ۱ (مدل Peirce)



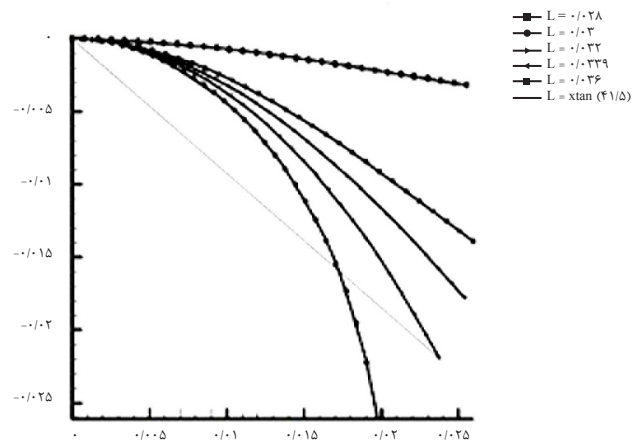
جهت تاب نمونه ۲ (مدل Peirce)



جهت بافت نمونه ۲ (مدل Peirce)



جهت تاب نمونه ۳ (مدل Peirce)



جهت بافت نمونه ۳ (مدل Peirce)

شکل ۴- نمودار تغییر شکل خمشی نمونه‌های پارچه در مقادیر مختلف از پیش آمدگی بر لبه دستگاه و تقاطع با خط.

تغییر شکل $41/5^\circ$ ثبت شد.

با اطلاع از طول آویزان شده پارچه و با استفاده از معادله‌های (۱) تا (۳) می‌توان مقدار طول، سختی و مدول خمشی پارچه را در حالت نظری و بر اساس محاسبه وزن و ضخامت نظری محاسبه کرد. شکل ۴ منحنی تغییر شکل خمشی سه نمونه پارچه در راستای تار و پودی در مقادیر مختلف از پیش‌آمدگی بر لبه دستگاه و تقاطع با خط $y' = -\tan 41.5 \times x$ را نشان می‌دهد. برای مقایسه نتایج حاصل از مطالعه تجربی و مدل مکانیکی پیشنهاد شده مقدار خطای محاسبات در هر یک از پارامترهای خمشی محاسبه شده و در جدول ۳ آمده است.

همان‌گونه که مشاهده می‌شود، نتایج محاسبات نظری بر اساس مدل پیشنهادی به نتایج تجربی نزدیک است. اعداد مندرج در ستون آخر جدول ۳ مؤید این ادعاست. انتظار حصول نتایج کاملاً یکسان و مشابه از دو شیوه کاملاً نادرست است. زیرا، در مدل مکانیکی ارائه شده تعیین طول خمش در تغییر شکل‌های بزرگ مدنظر قرار گرفته اما در معادله Peirce تغییر شکل کوچک منسوج مطالعه شده است. این تفاوت نتایج در سایر پژوهش‌ها نیز اشاره شده است [۱۱]. به هر حال، وجود خطا با توجه به حجم زیاد محاسبات و خطای جزئی در هر بخش اجتناب‌ناپذیر است. نظر به تعدد معادله‌ها، خطای موجود در محاسبه یک پارامتر در محاسبات آتی دخیل و توسعه می‌یابد.

مدل مکانیکی برای پیش‌بینی طول خمش پارچه طرح‌ریزی شده است. توجه به نتایج پژوهش نشان می‌دهد، این مدل با دقت مناسب طول خمش پارچه را پیش‌بینی کرده است به طوری که بیشترین خطای محاسبه در جهت تار $20/23\%$ و در جهت پودی $3/70\%$ است. با وجود این، عوامل بسیاری وجود دارند که بر افزایش خطای پیش‌بینی این پارامتر و در پی آن سختی و مدول خمشی مؤثرند. مطالعه دقیق این مقاله نشان می‌دهد، در انجام محاسبات، پارامترهای بسیاری از پارچه و نخ مانند ضخامت، وزن، مشخصات ساختاری پارچه و خواص کششی نخ استفاده شده است. احتمالاً انجام آزمون‌های بیشتر در هر مورد، استفاده از نخ یکنواخت در بافت پارچه و تهیه نمونه پارچه با ساختار یکنواخت مانند تراکم ثابت تار و پود در کاهش خطا مفید است. احتمالاً عدم یکپارچگی ساختار نخ، دایره‌ای نبودن سطح مقطع و محاسبه قطر با فرض مقدار مشخصی از ضریب تراکم و نیز استفاده از معادله $I_y = \frac{1}{4} \pi y^4$ برای تعیین ممان اینرسی سطح مقطع نخ در ایجاد خطا مؤثر است.

از طرفی سختی و مدول خمش پارچه نیز پس از پیش‌بینی طول خمش بر اساس معادله تجربی Peirce و با کمک پارامترهای محاسبه شده قبل معین می‌شود. وجود توان بیش از ۱ عوامل پیشین در معادله معین‌کننده دو خاصیت و مشارکت خطای گذشته در این مرحله نیز موجب افزایش بیشتر خطای محاسبه سختی و مدول خمشی می‌شود. از بارزترین نتایج

پژوهش آن است که می‌توان با استفاده از معادله (۲۳) رفتار خمش پارچه را پیش از آزمون به شکل منحنی‌های نشان داده شده در شکل ۴ در هر لحظه از پیش‌رانده شدن بر سطح دستگاه آزمون Shirley شبیه‌سازی کرد. این منحنی‌ها کاملاً آشکار می‌سازد که پارچه هنگام خمش، بر سطح شیب‌دار دستگاه مماس نشده بلکه دارای یک برآمدگی در بخش میانی است. از سوی دیگر، می‌توان دستگاه ساده دیگری طراحی کرد که به آسانی با آزمون باریکه‌ای از پارچه و استفاده از معادله‌های به‌دست آمده، سختی خمشی را به‌طور مستقیم اندازه‌گیری کند.

نتیجه‌گیری

با هدف رفع نقایص فعالیت پیشین نویسندگان و بهبود صحت و دقت نتایج حاصل شده پیشین، در پژوهش حاضر با تحلیل مکانیکی رفتار خمش میله کشسان ساده یک‌سرگیردار تلاش شده است تا رفتار خمشی پارچه تار و پودی با بافت ساده را پیش‌بینی کرد. بر اساس مدل پیشنهادی، معادله‌ای برای تعیین طول خمش میله کشسان در هر مقدار از تغییر شکل تحت وزن آن ارائه شد، مشابه با آنچه در روش معروف Peirce برای باریکه پارچه رخ می‌دهد. با بهره‌گیری از مدل پیشنهاد شده، برنامه‌های رایانه‌ای نوشته شده برای حل رابطه نهایی مدل و مشخصات ساختاری نمونه پارچه، سه پارامتر طول، سختی و مدول خمشی پارچه در حالت نظری محاسبه شد. از سوی دیگر، سه پارامتر گفته شده برای نمونه‌های پارچه در شرایط تجربی معین شد.

مقایسه نتایج دو روش نشان می‌دهد، مدل مکانیکی به‌خوبی قابلیت پیش‌بینی رفتار خمش پارچه تار و پودی با بافت ساده را دارد. کمترین و بیشترین خطا در محاسبه طول خمش در جهت تار $9/85\%$ و $20/23\%$ و در جهت پودی به ترتیب $0/84\%$ و $3/70\%$ است. افزون بر این، بیشترین خطا در محاسبه مدول خمشی پارچه $62/18\%$ بود. از مزیت‌های مدل پیشنهادی آن است که معادله نهایی در آن قادر است، منحنی تغییر شکل پارچه هنگام خمش تحت اثر وزن آن را در هر مقدار از پیش‌آمدگی بر سطح افق (زاویه خمش) نشان دهد. از دیگر برتری‌های این مدل سادگی، قابل فهم بودن و تنها استفاده از پارامترهای معروف نخ و پارچه در فرایند پیش‌بینی رفتار خمش است. تمام موارد برای افراد با کمترین آشنایی به علم نساجی قابل درک و استفاده است.

قدردانی

از حوزه معاونت پژوهشی دانشگاه آزاد اسلامی واحد قائم‌شهر برای حمایت مالی در اجرای این طرح تشکر و قدردانی می‌شود.

مراجع

۱. علمدار یزدی ع ا، خواص الیاف، نخ و پارچه، دانشگاه یزد، ۱۳۸۶
۲. موسوی شوشتری ا، توانایی م ع، فرهنگ تشریحی علوم و تکنولوژی الیاف، جهاد دانشگاهی

دانشگاه صنعتی امیرکبیر، ۱۳۸۴

3. Naujokaityte L., Strazdiene E., and Titas R., The effect of

- temporary stiffness concentration upon bending properties of fabrics, *Mater. Sci.*, 11, 283-287, 2005.
4. Naujokaityte L., and Fridrichova L., Comparative analysis of fabrics bending behavior testing methods, *Tekstil.*, 56, 343-349, 2007.
 5. Peirce F.T., The handle of a cloth as a measurable quantity, *J. Text. Inst., Transaction*, 21, T377-416, 1930.
 6. داداشیان ف، گودرزی غ، آزمون‌های فیزیکی پارچه، جهاد دانشگاهی دانشگاه صنعتی امیرکبیر، ۱۳۸۴
 7. Kawabata S., The standardization and analysis of hand evaluation, Technical report, *J. Text. Mach. Soc. Japan.*, 1980
 8. Isshi T., Bending tester for fibers, yarns and fabrics, *J. Text. Mach. Soc. Japan.*, 3, 48-52, 1957.
 9. Livesey R.G. and Owen J.D., Cloth stiffness and hysteresis in bending, *J. Text. Inst.*, 55, 516 -T530, 1964.
 10. Popper P. and Backer S., Instrument for measuring bending-moment curvature relationships in textile materials, *Text. Res. J.*, 38, 870-873, 1968.
 11. قانع م، جوادی طوقچی م، محاسبه مدول خمشی پارچه به روش المان محدود با استفاده از نرم‌افزار ANSYS، مجموعه مقالات اولین کنفرانس بین‌المللی و هفتمین کنفرانس ملی مهندسی نساجی، ایران، رشت، ۱۳۸۸.
 12. Ghane M., Sheikhzadeh M., Halabian A.M., and Khabouri S., Bending rigidity of yarn using a two supported system, *Fibers Text. East Eur.*, 16, 30-32, 2008.
 13. American Society for Testing and Materials, Standard test method for stiffness of fabrics (Option A), ASTM D1388, 2003.
 14. Moghassem A.R., A new approach for numerical identification of bending behavior of plain woven fabric, *Fibers Polym.*, 13, 237-243, 2012.
 15. طاحونی ش، مقاومت مصالح، موسسه پارس آیین، ویرایش دوم، تهران، ۱۳۸۲
 16. Leaf G.A.V. and Kandil K.H., The initial load -extension behavior of plain -woven fabrics, *J. Text. Inst.*, 7, 1-7, 1980.
 17. Hearle J.W.S., Grosberg P., and Backer S., *Structural Mechanism of Fiber, Yarn and Fabric*, Wiley-Interscience, Vol 1, 1969.

Prediction of Bending Behavior of Woven Fabric Using a Mechanical Model Based on the Theory of Bending of Elastic Cantilever Beam

A. Arshi^{1*}, A.R. Moghassem¹, and S.Z. Gohari²

1. Department of Textile Engineering, Qaemshahr Branch, Islamic Azad University, Qaemshahr, Iran

2. Department of Textile Engineering, Amirkabir University of Technology, Tehran, Iran

Received 13 September 2013; Accepted 25 November 2013

Abstract

The bending behavior of plain woven fabric has been predicted on the basis of its structural characteristics and constituent yarns properties. A mechanical model based on the theory of bending of elastic cantilever beam has been developed and bending length of the beam under its own weight has been calculated for all values of deformation. In testing analysis, different samples of plain woven fabrics were prepared. The samples were tested for bending length, bending rigidity and bending modulus using standard test methods. In order to calculate the bending parameters based on the proposed mechanical model, the count and tensile characteristics of warp and weft yarns and also fabric thicknesses were determined. Then the fabric constructional parameters were calculated using Peirce's structural model for plain woven fabric. Bending length of the fabrics with a deformation of 41.50° was predicted theoretically after calculating the required parameters using a developed model. Then, the theoretical bending rigidity and bending modulus were predicted using Peirce's equations in bending state. The results of the study show that, the proposed model is able to predict bending behavior of plain woven fabric with high degree of precision. It is concluded that, minimum and maximum errors in calculating bending length are 9.85% and 20.23% in warp direction and 0.84% and 3.70% in weft direction, respectively.

Keywords

elastic cantilever beam,
plain woven fabric,
bending behavior of woven
fabric,
Peirce model,
bending length,
bending rigidity

(*) Address Correspondence to A. Arshi, Email: Ali_arshi58@yahoo.com