

بررسی تحلیلی رفتار کششی پارچه‌های هیبریدی با بافت تافته

Analytical Investigation on the Tensile Behavior of Hybrid Plain-woven Fabrics

مجید طهرانی دهکردی^{۱*}، هوشنگ نصرتی^۲، محمود مهرداد شکرپه^۳

۱- شهرکرد، دانشگاه شهرکرد، دانشکده فرش، صندوق پستی ۵۶۸۱۱-۸۸۶۱۷

۲- تهران، دانشگاه صنعتی امیرکبیر، دانشکده مهندسی نساجی، صندوق پستی ۴۴۱۳-۱۵۸۷۵

۳- تهران، دانشگاه علم و صنعت ایران، دانشکده مهندسی مکانیک، صندوق پستی ۱۳۱۱۴-۱۶۸۴۶

تاریخ دریافت: ۹۰/۱۱/۱۵ تاریخ پذیرش: ۹۱/۰۳/۷

چکیده

امروزه پارچه‌هایی هیبریدی (ترکیبی) تولید شده از نخ‌های مختلف در صنایعی همچون مواد کامپوزیتی استفاده می‌شوند. با توجه به اهمیت خواص کششی این پارچه‌ها در صنایع مختلف، در پژوهش حاضر مدل ارائه شده توسط Leaf و Kandil برای پارچه ساده، به منظور استفاده در پارچه‌های هیبریدی تعمیم داده شده است. در این مدل، بر مبنای روش انرژی و با استفاده از پارامترهای ساختاری پارچه و ویژگی‌های نخ‌های تشکیل دهنده آن، خواص کششی پارچه‌های هیبریدی با بافت تافته در ازدیاد طول کم محاسبه شده است. برای ارزیابی مدل ارائه شده، نتایج نظری خواص مکانیکی برای پارچه‌های ساده و هیبریدی بازالت و نایلون با نتایج تجربی مقایسه شده است. مقایسه نتایج نشان می‌دهد، مدل تعمیم داده شده به خوبی رفتار نیرو - ازدیاد طول پارچه‌های هیبریدی را در ازدیاد طول کم پیش‌بینی می‌کند. همچنین، مقایسه نتایج پارچه‌های ساده و هیبریدی نشان می‌دهد، اختلاف کم بین نتایج نظری و تجربی فقط به علت مدل به دست آمده نیست و منشأ آن دیگر منابع خطاست.

مقدمه

کمک خواص نخ‌ها و ساختار پارچه با روش‌های متفاوت از جمله روش‌های ساختاری [۸-۲]، انرژی [۹، ۱۰] و عددی [۱۴-۱۱] بررسی شده است. Grosberg [۳]، Olofsson [۶]، de Jong و Postle [۷]، Kemp [۸]، Shanahan و Hearl [۱۰] در پژوهش‌های مستقل این رفتار را بررسی کرده‌اند. نتایج همه این پژوهش‌ها به شکل معادله‌هایی پیچیده هستند که برای به دست آوردن نتایج عددی از آنها به محاسبات زیادی نیاز است. Leaf و Kandil [۹] در سال ۱۹۸۰، رابطه تحلیلی بسیار ساده‌ای را برای رفتار کششی پارچه تار-پودی با بافت تافته در ازدیاد طول‌های کم ارائه کردند. رابطه ارائه شده بر مبنای مدل پیرس به دست آمده است. شکل ۱ مدل ارائه شده توسط Peirce را نشان می‌دهد [۲].

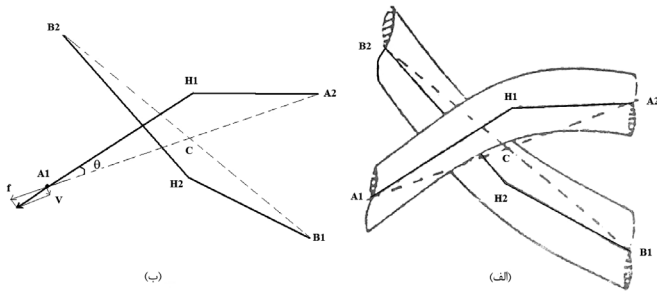
منسوجات با وجود داشتن ساختار به ظاهر ساده، در برابر محرک‌های خارجی عکس‌العمل‌های پیچیده‌ای نشان می‌دهند. این موضوع به دلیل تعدد اجزای تشکیل دهنده ساختار آنها و تطابق ناپذیری کامل خواص این اجزا با قوانین رایج در مسائل دینامیکی است. در عین حال با توجه به کاربرد گسترده منسوجات در زندگی روزمره و صنایع مختلف، به دست آوردن روش‌هایی برای قاعده‌مند کردن رفتار آنها ضروری است [۱].

رفتار نیرو - ازدیاد طول پارچه‌های تار-پودی ساده را از اوایل قرن بیستم تاکنون پژوهشگران زیادی مدل‌سازی کرده‌اند. در این پژوهش‌ها، خواص مکانیکی پارچه به

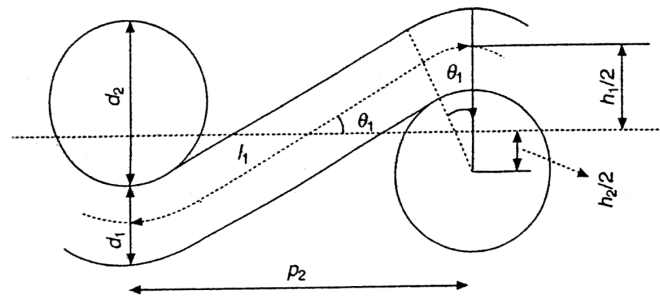
کلمات کلیدی

پارچه هیبریدی، بازالت، نایلون، خواص کششی، روش انرژی

* مسئول مکاتبات، پیام نگار: mtehrani@lit.sku.ac.ir



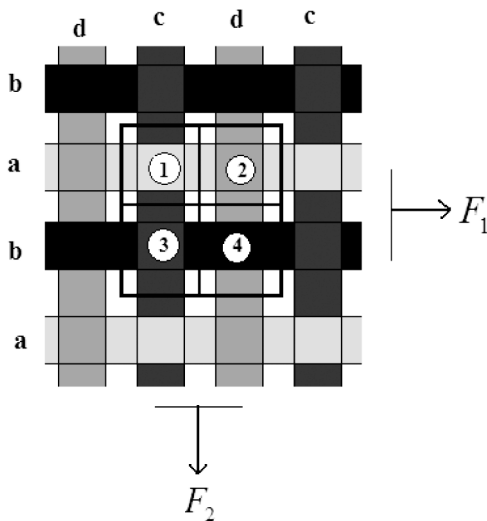
شکل ۲- مدل ارائه شده توسط Leaf و Kandil [۹].



شکل ۱- نمایی از ساختار پارچه در مدل Peirce [۲].

گشتاور خمشی اعمال شده است. با در نظر گرفتن فرض‌های اشاره شده و با فرض اینکه فاصله بین مراکز نخ‌های مختلف با هم برابر باشند، می‌توان خواص کششی پارچه هیبریدی نشان داده شده در شکل ۳ را بررسی کرد. همان‌طور که مشاهده می‌شود، مشخصات نخ‌ها با واحد تکرار دو در جهت‌های تار و پود تغییر کرده است. حین فرایند کشش سه تغییر در پارچه شامل خمش، فشردگی شدن در نقاط تقاطع و کشیده شدن نخ‌ها اتفاق می‌افتد. در ادامه با محاسبه انرژی کرنشی لازم برای ازدیاد طول پارچه در اثر هر یک از این تغییرات و با استفاده از روش انرژی، رابطه نیرو- ازدیاد طول به دست آمده است. برای راحتی محاسبات، پارچه نشان داده شده در شکل ۳ به چهار بخش تقسیم شده است.

هر بخش ساختاری مشابه شکل ۲-الف دارد. در زیروندهای به کار برده شده در معادله‌ها، عدد اول نشان‌دهنده هر یک از بخش‌های پارچه و حرف پس از آن نشان‌دهنده نخ مدنظر در آن بخش است. به عنوان مثال، U_{B1a} نمایانگر انرژی خمشی مربوط به نخ a در بخش ۱ پارچه است. فرض شود، نمونه پارچه مطابق شکل ۳ در اثر نیرو در واحد عرض F_1 و F_2 به ترتیب در راستای تار و پود کشیده شده است. در این حالت نیرویی که جداگانه به هر نخ تار و پود در راستای محور پارچه اعمال می‌شود، به ترتیب از معادله‌های (۱) و



شکل ۳- نمایی از پارچه هیبریدی بررسی شده.

امروزه پارچه‌هایی هیبریدی از نخ‌های مختلف برای استفاده در صنایعی همچون کامپوزیت‌ها تولید می‌شوند [۱۵]. در این دسته از پارچه‌ها، نخ‌هایی با خواص متفاوت در جهت‌های تار، پود یا هر دو با نظم مشخصی در کنار یکدیگر قرار می‌گیرند.

در مرور پژوهش‌های انجام شده درباره خواص مکانیکی پارچه، پژوهشی در زمینه بررسی خواص مکانیکی پارچه‌های هیبریدی مشاهده نشده است. با توجه به اهمیت خواص مکانیکی این پارچه‌ها در صنایع مختلف در این پژوهش، مدل ارائه شده توسط Leaf و Kandil [۹] برای پارچه‌های هیبریدی تعمیم داده شده است.

اساس نظری

محاسبه پارامترهای کشش پارچه‌های هیبریدی

در این پژوهش، مدل Leaf و Kandil برای پارچه‌های هیبریدی با بافت تافته در ازدیاد طول کم تعمیم داده شده است. Leaf و Kandil با در نظر گرفتن فرض‌های زیر مدل خود را ارائه کردند: الف) نخ‌ها مانند مدل Peirce حالت منحنی ندارند. نخ‌ها مطابق شکل ۲-الف به شکل خطوط شکسته از روی هم عبور کرده‌اند و در نقاط شکستگی کاملاً سخت به هم متصل شده‌اند (مدل دندانه آره‌ای).

ب) نخ‌ها بر اساس قانون $T = l e_p$ ازدیاد طول می‌یابند. در این معادله T نیروی اعمال شده به نخ، e_p ازدیاد طول و l سختی کشش محوری نخ‌هاست. انرژی کرنشی لازم برای ازدیاد طول پارچه در اثر ازدیاد طول نخ برابر $T^2/2l$ است.

ج) هنگامی که پارچه تغییر شکل می‌دهد، در نقاط تقاطع نخ‌ها نیروی فشار جانبی به وجود می‌آید. در مدل ارائه شده در شکل ۲-ب محل تماس نخ‌ها در یک نقطه است. نیروی ایجاد شده بین نخ‌ها برابر $V = m e_h$ می‌شود. در این معادله e_h کرنش قطری و m سختی فشاری بین نخ‌هاست. انرژی کرنشی لازم برای ازدیاد طول پارچه در اثر فشردگی شدن نخ‌ها در نقاط تقاطع در واحد طول برابر $V^2/2m$ است.

د) در تغییر شکل پارچه، نخ‌ها خمیده می‌شوند. اگر B سختی خمشی باشد، آنگاه انرژی کرنشی لازم برای ازدیاد طول پارچه در اثر خمش نخ‌ها در واحد طول برابر $M^2/2B$ است. در این معادله، M

(۲) به دست می‌آید:

به دست می‌آید:

$$U_E = l(f \cos \theta + V \sin \theta)^2 / 4\lambda \quad (۸) \quad f_a = f_b = f_1 = F_1 P_1 \quad (۱)$$

$$f_c = f_d = f_2 = F_2 P_2 \quad (۲)$$

در این معادله l طول نخ در فاصله $A_1 H_1 A_2$ است. مقدار انرژی لازم برای کشش نخ‌ها در هر بخش شکل ۳، از معادله (۹) محاسبه می‌شود:

$$U_{iE} = 2U_{E_{ij}} + 2U_{E_{ik}} = l_{ij} (f_1 \cos \theta_{ij} + V_{ij} \sin \theta_{ij})^2 / 2\lambda_j + l_{ik} (f_2 \cos \theta_{ik} + V_{ik} \sin \theta_{ik})^2 / 2\lambda_k \quad (۹)$$

با توجه به معادله (۹) انرژی لازم برای کشش نخ‌ها در کل واحد شکل ۳ برابر است با:

$$U_E = \sum_{i=1}^4 U_{iE} \quad (۱۰) \quad M = (f \sin \theta - V \cos \theta) S \quad (۳)$$

$$U_B = l^3 (f \sin \theta - V \cos \theta)^2 / 48B \quad (۴)$$

در این معادله l طول نخ در فاصله $A_1 H_1 A_2$ زاویه نخ با سطح میانی پارچه و B سختی خمشی نخ است. مقدار انرژی لازم برای خمش نخ‌ها در هر بخش از شکل ۳ به کمک معادله (۵) محاسبه می‌شود:

$$U_{iB} = 2U_{B_{ij}} + 2U_{B_{ik}} = l_{ij}^3 (f_1 \sin \theta_{ij} - V_{ij} \cos \theta_{ij})^2 / 24B_j + l_{ik}^3 (f_2 \sin \theta_{ik} - V_{ik} \cos \theta_{ik})^2 / 24B_k \quad (۵)$$

در این معادله D شعاع نخ است. بنابراین، انرژی لازم برای فشردشدن جانبی نخ‌ها در هر بخش شکل ۳ برابر است با:

$$U_c = \frac{V^2 D}{2\mu} \quad (۱۱)$$

در این معادله D شعاع نخ است. بنابراین، انرژی لازم برای فشردشدن جانبی نخ‌ها در هر بخش شکل ۳ برابر است با:

$$U_{ic} = \frac{2V_{ij}^2 D_j}{\mu_j} + \frac{2V_{ik}^2 D_k}{\mu_k} \quad (۱۲)$$

در معادله (۵) و سایر معادله‌های این بخش، زیروند $\bar{1}$ نشان‌دهنده هر بخش از شکل ۳ و \bar{j} و \bar{k} نمایانگر نخ مدنظر در آن بخش است. این زیروندها برای هر بخش در جدول ۱ معرفی شده‌اند.

انرژی لازم برای خمش در کل واحد از معادله (۶) به دست می‌آید:

$$U_B = \sum_{i=1}^4 U_{iB} \quad (۶)$$

با توجه به معادله‌های (۶)، (۱۰) و (۱۳) انرژی کل برای واحد نشان داده شده در شکل ۳ برابر است با:

$$U_T = U_B + U_E + U_C \quad (۱۴)$$

همان‌طور که در شکل ۱ مشاهده می‌شود، فاصله نقاط تماس نخ‌های تار و پود در بالا و پایین صفحه میانی پارچه از این صفحه همواره با هم برابرند. بنابراین، می‌توان نوشت:

$$T = f \cos \theta + V \sin \theta \quad (۷)$$

بنابراین، انرژی لازم برای کشش نخ‌ها در فاصله $A_1 H_1$ از معادله (۸) جدول ۱- معرفی زیروندهای معادله‌ها براساس شکل ۳.

بخش	i	j	k
اول	۱	a	c
دوم	۲	a	d
سوم	۳	b	c
چهارم	۴	b	d

هنگامی که پارچه زیر کشش قرار می‌گیرد، فاصله نقاط تماس نخ‌ها تغییر می‌کند، اما، این تغییر برای همه نقاط بالایی و پایینی صفحه میانی یکسان است. با توجه به معادله (۱۵) داریم:

$$\frac{1}{2}(h_1 - D_1) = \frac{1}{2}(h_2 - D_2) \quad (۱۵)$$

اگر V_{ij} از معادله (۲۲) و f_{ij} از معادله (۱) در معادله (۲۵) قرار گیرد، آنگاه بر اساس این معادله می‌توان ارتباط کرنش در راستای نخ‌های تار (ϵ_1) و نیروهای اعمال شده (F_1, F_2) را به‌دست آورد.

محاسبه پارامترهای کشش در حالت خاص

در تعداد زیادی از کارهای انجام شده در زمینه رفتار کششی پارچه‌های تار-پودی، نخ‌ها به حالت کشش‌ناپذیر و فشرده در نظر گرفته شده‌اند. بنابراین، در این حالت λ و m به سمت بی‌نهایت میل می‌کنند. از سوی دیگر، معمولاً آزمون کشش فقط با اعمال نیرو در یک راستا (مثلاً راستای تار) انجام می‌شود. با توجه به این فرض‌ها معادله‌های (۲۲) و (۲۵) به شکل زیر ساده می‌شوند:

$$V_{ij} = V_{ik} = \frac{\frac{l_{ij}^3 f_1 \sin \theta_{ij} \cos \theta_{ij}}{B_j}}{l_{ij}^3 \cos^2 \theta_{ij} + \frac{l_{ik}^3 \cos^2 \theta_{ik}}{B_k}} \quad (26)$$

$$\epsilon_1 P_2 = \frac{1}{4} \sum_{i=1}^4 \frac{l_{ij}^3 (f_1 \sin \theta_{ij} - V_{ij} \cos \theta_{ij}) \sin \theta_{ij}}{12 B_j} \quad (27)$$

اگر V_{ij} از معادله (۲۶) و f_1 از معادله (۱) در معادله (۲۷) قرار گیرد، آنگاه رابطه کرنش در راستای نخ‌های تار (ϵ_1) و نیروی اعمال شده (F_1) برابر است با:

$$\epsilon_1 = \frac{F_1 P_1}{4 P_2} \left[\sum_{i=1}^4 \left(\frac{l_{ij}^3 \sin^2 \theta_{ij}}{12 B_j} - \frac{l_{ij}^6 \sin^2 \theta_{ij} \cos^2 \theta_{ij}}{12 B_j} \right) \right] \quad (28)$$

مدول یانگ در ابتدای کشش از معادله (۲۹) به‌دست می‌آید:

$$F_1 = E_1 \epsilon_1 \Rightarrow E_1 = \frac{F_1}{\epsilon_1} \quad (29)$$

با قراردادن معادله (۲۸) در معادله (۲۹) داریم:

$$E_1 = \frac{4 P_2}{P_1} \sum_{i=1}^4 \left(\frac{l_{ij}^3 \sin^2 \theta_{ij}}{12 B_j} - \frac{l_{ij}^6 \sin^2 \theta_{ij} \cos^2 \theta_{ij}}{12 B_j} \right)^{-1} \quad (30)$$

در ادامه برای محاسبه کرنش در راستای نخ‌های پود، هنگامی که نیرو در راستای نخ‌های تار وارد می‌شود، بر اساس نظریه Castigliano داریم [۹]:

$$\epsilon_2 P_1 = \frac{\delta U_T}{4 \delta f_2} \quad (31)$$

با قراردادن U_T از معادله (۱۴)، در معادله (۳۱) و با فرض اینکه کشش

$$\delta(h_1 - D_1) = \delta(h_2 - D_2) \quad (16)$$

از معادله (۱۶) داریم:

$$\delta(h_1 - D_1) + \delta(D_2 - h_2) = 0 \quad (17)$$

این معادله برای همه نقاط تماس در شکل ۳ برقرار است. بنابراین:

$$\delta(h_{ij} - D_j) + \delta(D_k - h_{ik}) = 0 \quad (18)$$

بر اساس نظریه Castigliano داریم [۹]:

$$\delta(h - D)/2 = \delta U_T / \delta(2V) \quad (19)$$

با قراردادن معادله (۱۹) در معادله (۱۸)، معادله (۲۰) به‌دست می‌آید:

$$\delta U_T / \delta V_{ij} + \delta U_T / \delta V_{ik} = 0 \quad (20)$$

چون در نقاط تماس نخ‌های تار و پود به شکل متعادل روی یکدیگر قرار دارند. بنابراین، مجموع نیروهای عمودی در نقاط تماس نخ‌ها برابر صفر است.

$$V_{ij} = V_{ik} \quad (21)$$

با محاسبه U_T از معادله (۱۴) و قراردادن آن در معادله (۲۰) نیروی عمودی در هر نقطه تماس (V) محاسبه می‌شود:

$$V_{ij} = \left(\frac{l_{ij}^3 f_1 \sin \theta_{ij} \cos \theta_{ij}}{12 B_j} + \frac{l_{ik}^3 f_2 \sin \theta_{ik} \cos \theta_{ik}}{12 B_k} - \frac{l_j f_1 \sin \theta_{ij} \cos \theta_{ij}}{\lambda_j} - \frac{l_k f_2 \sin \theta_{ik} \cos \theta_{ik}}{\lambda_k} \right) / \left(\frac{l_{ij}^3 \cos^2 \theta_{ij}}{12 B_j} + \frac{l_{ik}^3 \cos^2 \theta_{ik}}{12 B_k} + \frac{l_j \sin^2 \theta_{ij}}{\lambda_j} - \frac{l_k \sin^2 \theta_{ik}}{\lambda_k} + \frac{4 D_j}{\mu_j} + \frac{4 D_k}{\mu_k} \right) \quad (22)$$

مقدار کرنش پارچه در راستای تار برابر است با:

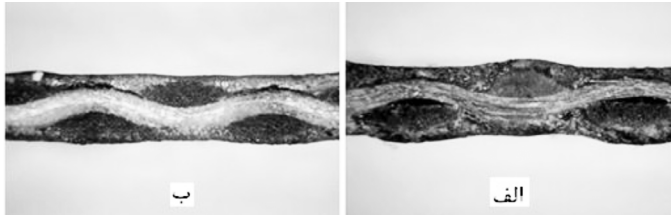
$$\epsilon_1 = \frac{\delta P_2}{P_2} \quad (23)$$

بر اساس نظریه Castigliano داریم [۹]:

$$\epsilon_1 P_2 = \delta P_2 = \frac{\delta U_T}{4 \delta f_1} \quad (24)$$

با محاسبه U_T از معادله (۱۴) و قراردادن آن در معادله (۲۴)، معادله (۲۵) به‌دست می‌آید:

$$\epsilon_1 P_2 = \frac{1}{4} \sum_{i=1}^4 \left(\frac{l_{ij}^3 (f_1 \sin \theta_{ij} - V_{ij} \cos \theta_{ij}) \sin \theta_{ij}}{12 B_j} + \frac{l_j (f_1 \cos \theta_{ij} + V_{ij} \sin \theta_{ij}) \cos \theta_{ij}}{\lambda_j} \right) \quad (25)$$



شکل ۵- نمونه تصویر سطح مقطع پارچه با نخ‌های مختلف: (الف) بازالت و (ب) نایلون.

شده است. شکل ۴ نمایی از پارچه‌های بررسی شده را نشان می‌دهد. در این شکل، با توجه به نوع هریک از نخ‌های مشخص شده در شکل ۳ پارچه‌ها کدبندی شده‌اند.

برای بافت پارچه‌ها از دستگاه بافندگی Iwer استفاده شده است که دارای سامانه پودگذار Rapier است. مشخصات نخ‌ها و پارچه‌ها به‌طور کامل در پژوهش‌های پیشین آمده است [۱۵].

پارامترهای ساختاری لازم در معادله‌های نظری به کمک تهیه سطح مقطع از پارچه، پردازش تصاویر و روش‌های میکروسکوپی به‌دست آمده است. شکل ۵- الف و ب به ترتیب نمونه‌ای از تصویر سطح مقطع تهیه شده را برای نخ‌های بازالت و نایلون نشان می‌دهد. خواص خمشی نخ‌ها با استفاده از دستگاه آزمون خمش خالص اندازه‌گیری شد. این دستگاه براساس تغییرات ممان اعمال شده، تغییرات انحنا را اندازه‌گیری می‌کند. در جدول ۲ مقادیر پارامترهای ساختاری پارچه و خواص مکانیکی نخ‌ها آمده است.

جدول ۲- پارامترهای ساختاری پارچه و خواص مکانیکی نخ‌ها.

کد پارچه	NNNN	NNNB	NNBB	NBNB	NBBB	BBBB
1 _{1a}	-۰/۲۱۴	-۰/۲۱۰	-۰/۲۱۲	-۰/۲۱۰	-۰/۲۰۶	-۰/۲۰۶
1 _{1c}	-۰/۲۱۱	-۰/۲۱۷	-۰/۲۱۴	-۰/۲۱۶	-۰/۲۲۰	-۰/۲۰۷
1 _{2a}	-۰/۲۱۴	-۰/۲۰۷	-۰/۲۱۳	-۰/۲۱۰	-۰/۲۰۱	-۰/۲۰۶
1 _{2d}	-۰/۲۱۱	-۰/۲۱۶	-۰/۲۱۳	-۰/۲۱۶	-۰/۲۲۰	-۰/۲۰۷
1 _{3b}	-۰/۲۱۴	-۰/۲۱۰	-۰/۲۱۳	-۰/۲۱۰	-۰/۲۰۵	-۰/۲۰۶
1 _{3c}	-۰/۲۱۱	-۰/۲۱۷	-۰/۲۱۶	-۰/۲۱۶	-۰/۲۱۹	-۰/۲۰۷
1 _{4b}	-۰/۲۱۴	-۰/۲۰۷	-۰/۲۱۶	-۰/۲۱۶	-۰/۲۰۵	-۰/۲۰۶
1 _{4d}	-۰/۲۱۱	-۰/۲۱۶	-۰/۲۱۶	-۰/۲۱۶	-۰/۲۱۹	-۰/۲۰۷
B _a	-۰/۰۴۸	-۰/۰۴۸	-۰/۰۴۸	-۰/۰۴۸	-۰/۰۴۸	-۰/۱۰۶
B _b	-۰/۰۴۸	-۰/۰۴۸	-۰/۰۴۸	-۰/۰۴۸	-۰/۰۴۸	-۰/۱۰۶
B _c	-۰/۰۴۸	-۰/۰۴۸	-۰/۰۴۸	-۰/۰۴۸	-۰/۰۴۸	-۰/۱۰۶
B _d	-۰/۰۴۸	-۰/۰۴۸	-۰/۰۴۸	-۰/۰۴۸	-۰/۰۴۸	-۰/۱۰۶
q _{1a}	۱۷	۱۹	۱۶	۱۹	۱۵	۱۱
q _{1c}	۱۶	۱۵	۱۵	۱۵	۱۲	۱۱
q _{2a}	۱۷	۱۸	۱۶	۱۹	۱۵	۱۱
q _{2d}	۱۶	۱۴	۱۵	۱۹	۱۲	۱۱
q _{3b}	۱۷	۱۹	۱۴	۱۹	۱۶	۱۱
q _{3c}	۱۶	۱۵	۱۵	۱۵	۱۲	۱۱
q _{3e}	۱۷	۱۸	۱۵	۱۹	۱۶	۱۱
q _{4d}	۱۶	۱۴	۱۶	۱۹	۱۲	۱۱
P ₁	-۰/۲۰۱	-۰/۲۱۰	-۰/۲۰۷	-۰/۲۰۹	-۰/۲۱۱	-۰/۲
P ₂	-۰/۲۰۳	-۰/۱۹۶	-۰/۲۰۵	-۰/۱۹۸	-۰/۱۹۳	-۰/۲۰۱

فقط با اعمال نیرو در راستای تار انجام شود، داریم:

$$\varepsilon_2 P_1 = \frac{1}{4} \sum_{i=1}^4 - \frac{l_{ik}^3 V_{ik} \cos \theta_{ik} \sin \theta_{ik}}{12 B_k} \quad (32)$$

با جایگذاری V_{ij} از معادله (۲۶) و f_1 از معادله (۱) در معادله (۳۲) داریم:

$$\varepsilon_2 = - \frac{F_1}{4} \sum_{i=1}^4 \left[\frac{\left(\frac{l_{ij}^3 l_{ik}^3 \sin \theta_{ij} \cos \theta_{ij} \sin \theta_{ik} \cos \theta_{ik}}{12 B_j B_k} \right)}{\left(\frac{l_{ij}^3 \cos^2 \theta_{ij}}{B_j} + \frac{l_{ik}^3 \cos^2 \theta_{ik}}{B_k} \right)} \right] \quad (33)$$

هنگامی که پارچه فقط در راستای نخ‌های تار زیر کشش قرار می‌گیرد، در راستای نخ‌های پود جمع می‌شود. منفی بودن معادله (۳۳) نشان‌دهنده این موضوع است.

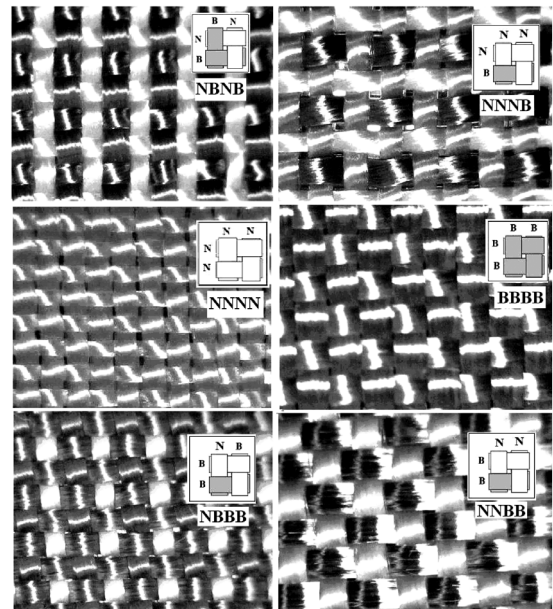
ضریب پواسون پارچه از معادله (۳۴) محاسبه می‌شود:

$$\nu_{12} = - \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} \quad (34)$$

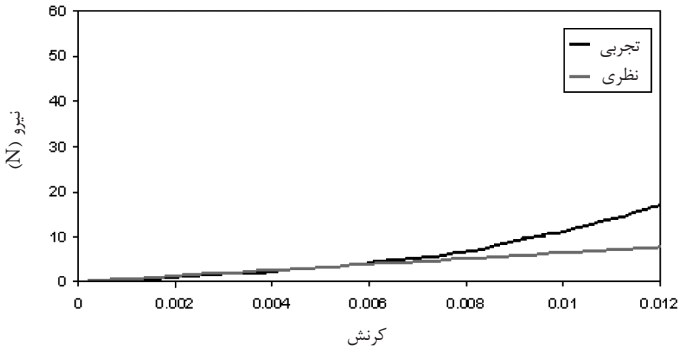
با قراردادن e_1 و e_2 از معادله‌های (۲۸) و (۳۳) در معادله (۳۴) می‌توان ضریب پواسون پارچه هیبریدی را که در راستای نخ‌های تار کشیده شده است، محاسبه کرد.

نتایج و بحث

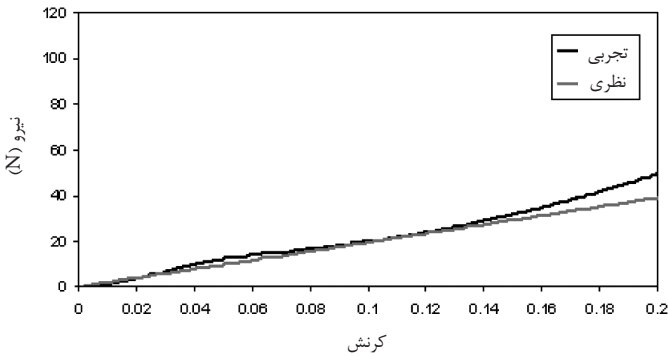
برای ارزیابی معادله‌های ارائه شده، در این بخش نتایج نظری برای نمونه‌هایی از پارچه هیبریدی بازالت - نایلون با نتایج تجربی مقایسه



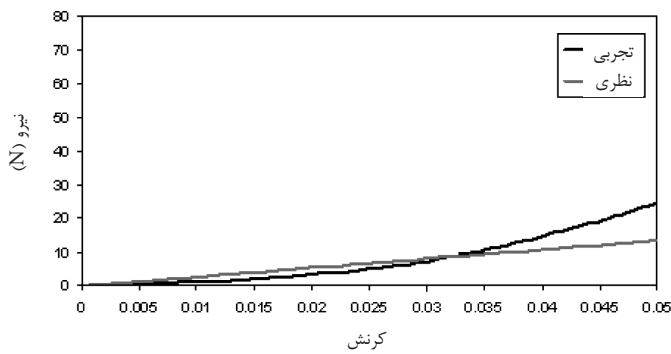
شکل ۴- نمایی از پارچه‌های بررسی شده.



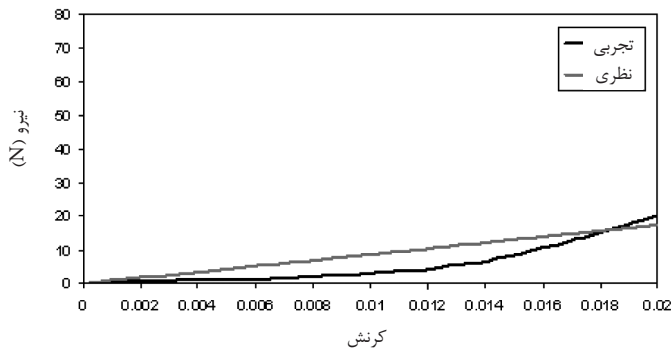
شکل ۷- مقایسه نتایج نظری و تجربی نمودارهای نیرو - کرنش در نمونه NB333 در جهت عرض.



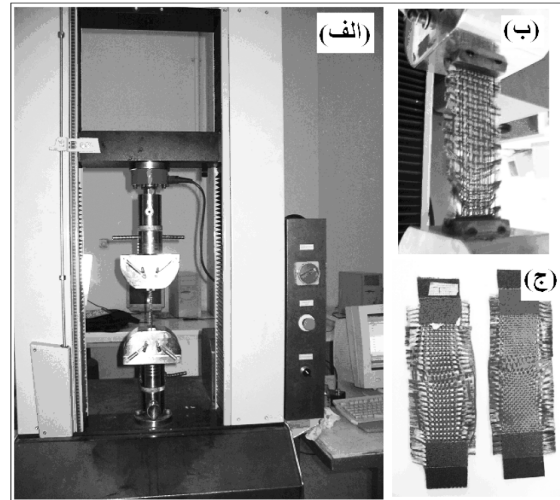
شکل ۸- مقایسه نتایج نظری و تجربی نمودارهای نیرو - کرنش در نمونه NNNN در جهت عرض.



شکل ۹- مقایسه نتایج نظری و تجربی نمودارهای نیرو - کرنش در نمونه NB333 در جهت طول.



شکل ۱۰- مقایسه نتایج نظری و تجربی نمودارهای نیرو - کرنش در نمونه BBBB در جهت طول.



شکل ۶- (الف) نمایی از دستگاه کشش استفاده شده، (ب) نمونه حین آزمون و (ج) نمونه آزمایش شده.

در جدول ۲، P و l بر حسب سانتی‌متر و B بر حسب $N.cm^2$ است. به کمک داده‌های جدول ۲ و با استفاده از معادله (۳۰) مدول کششی نظری پارچه‌ها محاسبه شد. خواص کششی تجربی نیز بر اساس استاندارد ASTM D5035 و به کمک دستگاه کشش Hyva اندازه‌گیری شد. شکل ۶ نمایی از دستگاه کشش (شکل ۶-الف)، نمونه حین آزمون (شکل ۶-ب) و نمونه‌های آزمایش شده (شکل ۶-ج) را نشان می‌دهد. در جدول ۳ نتایج مدول کششی اولیه نظری و تجربی آمده است. در این جدول، E_1 و E_2 به ترتیب مدول کششی در جهت تار و پود هر نمونه پارچه است. مدول کششی تجربی در این جدول شیب نمودار نیرو-کرنش از صفر تا آستانه استحکام کششی نخ‌هاست.

جدول ۳- نتایج مدول کششی نظری و تجربی.

درصد اختلاف	مدول کششی (N/mm)			کد نمونه پارچه
	تجربی	نظری	جهت	
-۲۰/۵۶	۱۷۰	۱۴۱	E_1	NNNN
-۲۴/۲۰	۱۹۵	۱۵۷	E_2	
-۱۷/۶۹	۱۵۳	۱۳۰	E_1	NNNB
-۱۴/۴	۲۸۶	۲۵۰	E_2	
-۴/۰۸	۲۵۵	۲۴۵	E_1	NBNB
۰/۳۸	۲۵۶	۲۵۷	E_2	
-۱۸/۳۵	۱۸۷	۱۵۸	E_1	NNBB
-۱۱/۸۲	۹۳۶	۸۳۷	E_2	
۶/۶۲	۲۶۸	۲۸۷	E_1	NB333
-۱۱/۳۹	۶۴۵	۵۷۹	E_2	
۳/۵۱	۷۶۹	۷۹۷	E_1	BBBB
۲/۰۲	۷۷۳	۷۸۹	E_2	

نتیجه‌گیری

رفتار نیرو-ازدیاد طول پارچه‌های تار-پودی ساده را پژوهشگران بسیاری با روش‌های متفاوت مدل‌سازی کرده‌اند. امروزه پارچه‌هایی هیبریدی از نخ‌های مختلف برای استفاده در صنایع مختلف تولید می‌شوند. در این پژوهش، رابطه‌ای تحلیلی بر اساس مدل Leaf و Kandil برای بررسی خواص مکانیکی این دسته از پارچه‌ها ارائه شده است. برای ارزیابی معادله‌های به‌دست آمده، نتایج نظری برای پارچه‌های هیبریدی بازالت و نایلون با نتایج تجربی مقایسه شد. بررسی نتایج نشان می‌دهد، مدل تعمیم داده شده به خوبی رفتار نیرو-ازدیاد طول پارچه‌های هیبریدی را در ازدیاد طول کم پیش‌بینی می‌کند. همچنین، مقایسه نتایج پارچه‌های ساده و هیبریدی نمایانگر وجود اختلاف کمی بین نتایج نظری و تجربی است. این مسئله فقط به علت مدل به‌دست آمده نیست و منشأ آن دیگر منابع خطاست. این اختلاف احتمال دارد، به علت خطاهای اندازه‌گیری تجربی مدول خمشی، آزمون کشش، تهیه سطح مقطع مناسب از پارچه‌ها، در نظر نگرفتن نیروی لازم برای فشردگی جانبی نخ‌ها در مدل نظری و سایر منابع خطا حاصل شده باشد. برای بهبود نتایج نظری لازم است، پارامترهای ناشی از فشردگی جانبی و کشیده شدن نخ‌ها هنگام کشش پارچه نیز در محاسبات در نظر گرفته شوند.

قدردانی

نویسندگان از آقایان دکتر علی‌اصغر اصغریان جدی به خاطر راهنمایی‌های ارزشمند و دکتر امیر رفاهی اسکویی به خاطر کمک‌هایی که در انجام آزمایش‌های تجربی داشته‌اند، تشکر می‌کنند.

مراجع

- Pan N., Analysis of woven fabrics strengths: prediction of fabric strength under uniaxial and biaxial extensions, *Compos. Sci. Technol.*, 56, 311-327, 1996.
- Peirce F.T., The geometry of cloth structure, *J. Text. Inst.*, 28, 45-96. 1937.
- Abbott G.M., Grosberg P., and Leaf G.A.V., The elastic resistance to bending of plain-woven fabrics, *J. Text. Inst.*, 64, 346-362, 1973.
- Love L., Graphical relationships in cloth geometry for plain, twill, and sateen weaves, *Text. Res. J.*, 24, 1073-1083, 1954.
- Weiner L.I., *Textile Fabric Design Tables*, Technomic, Stamford CT, 1970.
- Olofsson B., A general model of a fabric as a geometric-mechanical structure, *J. Text. Inst.*, 55, 541-557, 1964.
- de Jong S. and Postle R., An energy analysis of woven fabric mechanics by means of optimal control theory, Part I: Ten-
- sile properties, *J. Text. Inst.*, 68, 307-361, 1977.
- Kemp A., An extension of peirce's cloth geometry to the treatment of non-circular threads, *J. Text. Inst.*, 49, 44-47, 1958.
- Leaf G.A.V. and Kandil K.H., The initial load-extension behaviour of plain-woven fabrics, *J. Text. Inst.*, 71, 1-7, 1980.
- Hearl J.W.S. and Shanahan W.J., An energy method for calculation in fabric mechanics part 2: examples of application of the method to woven fabrics, *J. Text. Inst.*, 69, 92-100, 1978.
- Hofstee J. and Keulen F., 3-D geometric modeling of a draped woven fabric, *Compos. Struct.*, 54, 179-195, 2001.
- Hing R.N., and Grimsdale R.L., Computer graphics techniques for modeling cloth, *IEEE Compos. Graph. Appl.*, 16, 28-41, 1996.
- Tarfaoui M., Dreaan J.Y., and Akesbi S., Predicting the stress-

- strain behavior of woven fabrics using finite element method, *Text. Res. J.*, 71, 790-795, 2001.
14. Hu J., modeling of tensile curves of woven fabrics, *Asian Text.*, 77-80, 1995.
15. Tehrani Dehkordi M., Nosraty H., and Shokrieh M.M., The effect of basalt and nylon yarns hybridization on the tensile properties of their weaved fabrics, *J. Text. Sci. Technol.*, 2, 91-96, 2012.

Analytical Investigation on the Tensile Behavior of Hybrid Plain-woven Fabrics

M. Tehrani Dehkordi^{1,*}, H. Nosraty² and M.M. Shokrieh³

1. Department of Carpet, Shahrekord University, P.O. Box: 56811-88617, Shahrekord, Iran

2. Department of Textile Engineering, Amirkabir University of Technology, P.O. Box: 15875-4413, Tehran, Iran

3. Department of Mechanical Engineering, University of Science and Technology, P.O. Box: 16846-13114, Tehran, Iran

Received 4 February 2012; Accepted 27 May 2012

Abstract

Nowadays, fabrics produced from admixture of different yarns are used for industrial purposes such as composite materials. Since the tensile properties of these fabrics are important, in this research a mechanical model based on Leaf and Kandil model for hybrid plain-woven fabrics is proposed. In this model, the initial load-extension behavior of hybrid fabrics is calculated from the yarn mechanical properties and fabric structure by energy method. In order to evaluate the modeling predictions, the values of experimentally obtained mechanical properties of simple and hybrid fabrics with different admixtures of basalt and nylon, are compared with the theoretical model results. Comparing the results shows that there is a good correlation between the proposed model prediction and experimental results. In addition, comparing the results of simple and hybrid fabrics indicate that difference between theoretical and experimental results is due to other sources of errors and not necessarily due to the proposed model.

Keywords

hybrid fabric,
basalt,
nylon,
tensile properties,
energy method

(* Address Correspondence to M. Tehrani Dehkordi, Email: mtehrani@lit.sku.ac.ir